STANISLAO CANNIZZARO
Liceo Scientifico - ROMA

ROMA TRE
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI

Esperienza 1: le misure

Le misure che possono essere eseguite sono divisibili in tre categorie: *dirette*, *indirette* e con *strumenti tarati*.

- **Misure dirette**: si attuano confrontando la grandezza da misurare con una omogenea presa come campione.
- **Misure indirette**: sono ottenute mediante misure dirette di grandezze fisiche legate tra loro da relazioni matematiche. Un esempio è il calcolo del raggio di un tubo ottenuto mediante misura del diametro.
- **Misure con strumenti tarati**: sono misure dirette effettuate leggendo la scala di uno strumento indicatore che sia stato precedentemente tarato dal costruttore. Sono strumenti tarati tutti quelli che vengono usati nel quotidiano: metri, orologi, bilance, termometri, ecc.

Ogni strumento di misura ha quattro importanti caratteristiche:

- **Portata**: indica l'intervallo di misura entro cui lo strumento può operare.
- **Sensibilità**: è la più piccola variazione della grandezza fisica oggetto della misura che lo strumento è in grado di rilevare. La sensibilità determina il limite inferiore del campo di misura dello strumento mentre il limite superiore è dato dal fondo scala: i due determinano insieme l'intervallo di funzionamento.
- **Risoluzione**: capacità di risolvere (distinguere) valori diversi della grandezza misurata.
- **Giustezza**: uno strumento è giusto se è in grado di fornire valori intorno al "valore vero" di una grandezza.

Quando andiamo ad eseguire una misura di una grandezza fisica, noi mettiamo in relazione tra loro il valore vero di quest'ultima con uno strumento di misura dotato di una sua sensibilità che è necessariamente limitata. Ciò impone quindi un limite alla precisione con la quale andiamo ad effettuare una misura: la stima della grandezza che otterremo sarà allora un'approssimazione del valore vero che sarà tanto più accurata quanto più saranno vicini tra loro il valore vero e il risultato della misura.

Se ad esempio vogliamo calcolare la massa di una mela useremo una bilancia da cucina e non una bilancia pesapersone in quanto la prima ha una sensibilità maggiore della seconda. L'accuratezza della misura dipende perciò dallo strumento che si utilizza.

Tuttavia, quando eseguiamo misure ripetute della stessa grandezza adoperando lo stesso strumento, accade che i risultati possano differire. Infatti durante il processo di misura intervengono degli effetti che ne influenzano il risultato e che a volte non è possibile né controllare né mantenere rigorosamente costanti: ciò comporta delle variazioni nei risultati sperimentali.

Queste fluttuazioni possono essere dovute a due diverse tipe di cause:

- **errori sistematici**: sono delle alterazioni nelle misure che si presentano sempre con la stessa intensità e nella stessa direzione, cioè portano il dato ad essere sempre o minore o maggiore del valore vero della grandezza. Un esempio può essere la non corretta taratura dello strumento: una bilancia non tarata darà come risultato o un valore più alto o uno più basso rispetto all'effettiva massa dell'oggetto che si sta misurando. Non se ne può quindi evidenziare la presenza finché non si cambia il metodo con il quale si sta effettuando la misura.
- **errori casuali**: sono un'indeterminazione del risultato della misura dovuta al verificarsi di un numero molto elevato di cause concomitanti e indipendenti le une dalle altre, ciascuna delle quali contribuisce a far discostare il risultato dal valore vero di una piccola quantità, per eccesso o per difetto. Tra le due tipologie di errori sono i più difficili da rilevare e controllare: il loro effetto si può smorzare andando ad effettuare misure ripetute.

Di conseguenza, le misure in fisica non sono mai precise e ad esse si associa sempre un'***incertezza***, comunemente detta errore. Questa variabilità del risultato si identifica scrivendo così:

$$(x \pm \Delta x)\ [unità\ di\ misura]$$

dove x indica il valore della misura e Δx l'incertezza lei associata: nel caso in cui siano minimizzati gli errori casuali e si è cercato di controllare quelli sistematici l'indeterminazione del risultato sperimentale coincide con la sensibilità dello strumento e diremo che alla misura viene attribuita un'**incertezza di sensibilità**.

Molto spesso è utile, se non necessario, confrontare il grado di accuratezza con cui sono state eseguite due misure: si ricorre allora all'***errore relativo*** $\boldsymbol{\varepsilon_r}$, una quantità adimensionale definita come:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta x}{x}$$

La misura che ha l'errore relativo più basso è la più precisa.

Per cercare di minimizzare la presenza degli errori casuali risulta utile eseguire una serie di misure. Supponiamo quindi di avere eseguito un certo numero N di misure di una grandezza fisica x che identificheremo con x_i dove i è un numero intero che le contrassegna: perciò x_1 è il primo vostro valore di x, x_2 il secondo, x_3 il terzo e così via.

Si può dimostrare che in questo caso la miglior stima del valore della grandezza è fornita data dalla *media aritmetica* di tutti i risultati sperimentali x_i, definita come:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^{N} x_i$$

dove il simbolo $\sum$ indica la somma di tutti i valori x_i dal primo all'N-esimo dove N è il numero di misure effettuate. Quindi ad esempio se si sono ricavati 4 valori diversi per x, il valor medio sarà:

$$\bar{x} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^{4} x_i = \frac{1}{4}(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)$$

A questa dobbiamo associare un'indeterminazione che nasce dalle fluttuazioni casuali dei risultati che può essere stimata con la ***deviazione standard della media*** $s_{\bar{x}}$:

$$s_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

dove σ è la radice della varianza σ^2 delle singole misure x_i:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{N-1}$$

Ricapitolando, le singole misure e la media aritmetica hanno lo stesso valore aspettato ovvero sono entrambi una stima del valore vero (che chiamiamo μ): ciò che li differenzia è l'accuratezza con la quale approssimano il valore vero.

Infatti, se σ^2 è la varianza delle singole misure x_i, la varianza del valore medio ossia quanto la media aritmetica differisce dal valore vero μ è pari a σ^2/N, cioè è N volte più stretta: ha un'indeterminazione minore. Perciò $\bar{x}$ è il miglior stimante del valore vero di una distribuzione di misure soggette ad errori casuali.