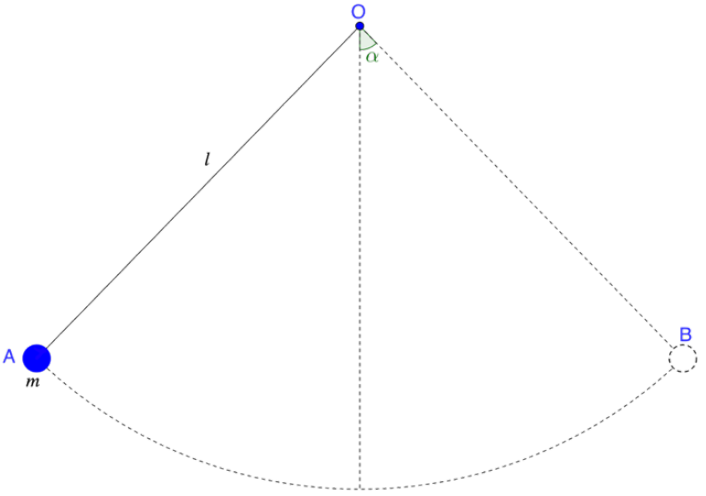
Esperienza 6: il moto del pendolo

Si racconta che nel 1583 Galileo Galilei vide oscillare la lampada nel Duomo di Pisa sospesa al centro della navata centrale. Da quell'osservazione lo scienziato ricavò una legge molto importante per quanto riguarda le oscillazioni, nota come *legge dell'isocronismo delle piccole oscillazioni* di un pendolo.



Il pendolo è schematizzabile come un oggetto di massa m appeso ad un filo inestensibile lungo l attaccato ad un punto O.

Si definisce ***oscillazione*** il movimento che la massa m compie andando dal punto A fino al punto B e ritornando poi nuovamente al punto A. Di conseguenza il ***periodo*** di un'oscillazione è il tempo T impiegato dal sistema a compiere un'oscillazione completa.

Il periodo T_0 è legato alla lunghezza l del filo dalla seguente relazione:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Il periodo T_0 risulta quindi indipendente dalla massa m dell'oggetto appeso: pendoli lunghi uguali che oscillano con masse diverse hanno lo stesso periodo T_0.

Il periodo T_0, come si vede dalla formula, non dipende neanche dall'angolo α: quest'approssimazione, detta *isocronismo del moto del pendolo per angoli piccoli*, è valida fin tanto che l'angolo α, espresso in radianti, è sufficientemente piccolo…ma piccolo quanto?

Quello che si può verificare è che di fatto all'aumentare dell'angolo inziale α, il periodo di oscillazione del pendolo aumenta. Ad esempio, per un pendolo di lunghezza $l = 40\ cm$ il periodo varia da $T \simeq 1,27\ s$ per $\alpha = 10°$ per arrivare a $T \simeq 1,43\ s$ per $\alpha = 90°$.

Questa variazione è chiamata ***anisocronismo***.

In effetti, con strumenti matematici più avanzati, si può far vedere che il periodo di oscillazione del

pendolo è descritto meglio dalla seguente relazione:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)$$

dove risulta evidente la dipendenza da α nel periodo T.

Con questa formula possiamo allora capire quando l'angolo è sufficientemente piccolo: se infatti calcoliamo lo scarto tra il periodo T_0 e T_2 rispetto a T_0, si ha:

$$\delta = \frac{T_2 - T_0}{T_0} = \frac{1}{4}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Ad esempio, per $\alpha = 10°$ si ha che lo scarto $\delta \simeq 0,18\%$ ma per $\alpha = 90°$ si ha $\delta \simeq 12\%$: perciò se la sensibilità degli strumenti del laboratorio è tale per cui l'errore relativo sulla misura del tempo $\varepsilon = \Delta T/T$ è maggiore dello scarto δ allora non c'è bisogno di ricorrere alla nuova formula e le oscillazioni risulteranno tutte sincrone. Al contrario emergerà il carattere asincrono delle oscillazioni del pendolo.